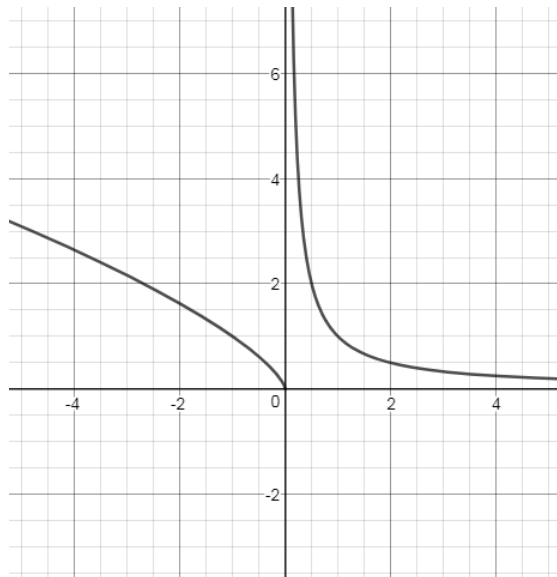


## QUESTIONARIO

- 1) In figura è riportato il grafico della funzione  $f'(x)$ , derivata della funzione  $f(x)$ . Il grafico presenta un asintoto verticale per  $x = 0$ . Supponendo che la funzione  $f$  sia definita in  $\mathbb{R}$ , descrivi la derivabilità della funzione nel punto di ascissa nulla e fornisci un grafico probabile della funzione in un intorno di zero.



- 2) Individua il valore di  $k$  per cui la tangente nell'origine al grafico della funzione

$$f(x) = \frac{x}{x - k}$$

forma un angolo di  $\pi/6$  radianti con l'asse delle ascisse.

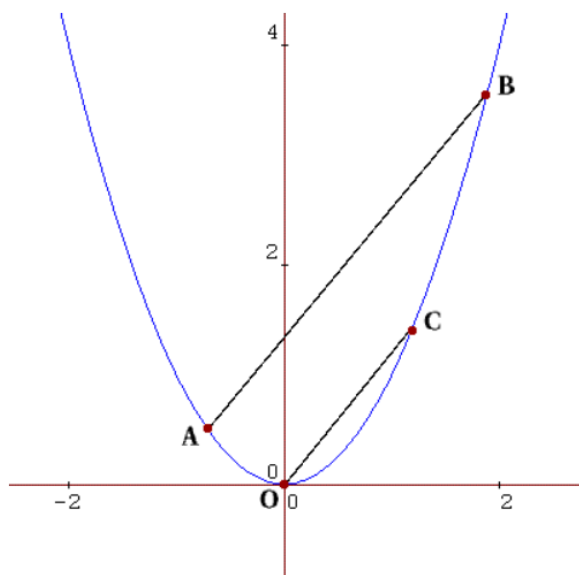
- 3) Risolvi esclusivamente per via grafica la disequazione:

$$|x - 2| > |x - 6|$$

- 4) Il cerchio di raggio  $R$  centrato nel vertice in basso a sinistra del quadrato in figura ne ricopre metà della superficie; il cerchio di raggio  $r$  centrato nel centro del quadrato ne occupa metà della superficie. Sapendo che i quadrati sono equivalenti, determina il rapporto  $R/r$ .



- 5) Presi due punti  $A(a, a^2)$  e  $B(b, b^2)$  sulla parabola  $y = x^2$ , traccia la retta  $OC$ , parallela alla retta  $AB$  e passante per l'origine e per il punto  $C(c, c^2)$ .



Dimostra che  $a + b = c$ .

Traccia un'altra parallela  $DE$ , passante per due punti  $D$  ed  $E$  appartenenti alla parabola, e mostra che i punti medi delle tre parallele giacciono su una retta.

- 6) Il grafico della funzione polinomiale cubica  $y = f(x)$  intercetta l'asse  $x$  nei punti di ascissa 10, 100 e 1000. È sufficiente questa informazione per individuare le coordinate del punto di flesso? Se sì, determinale. Se no, spiega per quale motivo.
- 7) Una sfera, il cui centro è il punto  $K(1, 0, 1)$ , è tangente al piano  $\Pi$  avente equazione  $x - 2y + z + 1 = 0$ . Qual è il punto di tangenza? Qual è il raggio della sfera?
- 8) Se si lancia una moneta 2 volte, la probabilità di ottenere una testa e una croce (in qualsiasi ordine) è pari al 50%. Se la moneta viene lanciata 4 volte, la probabilità di ottenere due teste e due croci, in qualsiasi ordine, è ancora pari al 50%? Motiva la tua risposta.

---

Durata massima della prova: 6 ore.

È consentito l'uso di calcolatrici scientifiche e/o grafiche purché non siano dotate di capacità di calcolo simbolico (O.M. n. 350 Art. 18 comma 8).

È consentito l'uso del dizionario bilingue (italiano-lingua del paese di provenienza) per i candidati di madrelingua non italiana.